**Liczba nieizomorficznych** grafów na v wierzchołkach i e krawędziach jest równa liczbie grafów na

v wierzchołkach i (v po 2)-e krawędziach.

**Izomorfizm grafów** – [graf](https://pl.wikipedia.org/wiki/Graf_(matematyka)) G jest [izomorficzny](https://pl.wikipedia.org/wiki/Izomorfizm) z grafem H, jeśli istnieje [bijekcja](https://pl.wikipedia.org/wiki/Funkcja_wzajemnie_jednoznaczna) ("przeetykietowanie") wierzchołków grafu H wierzchołkom grafu G, takie że jeśli jakieś dwa wierzchołki są połączone krawędzią w jednym z grafów, to odpowiadające im wierzchołki w drugim grafie również łączy krawędź[[1]](https://pl.wikipedia.org/wiki/Izomorfizm_graf%C3%B3w#cite_note-1).

**Liczba chromatyczna** - minimalna liczba kolorów

potrzebna do pomalowania wszystkich wierzchołków w taki sposób, aby żadne dwa sąsiednie wierzchołki nie miały tego samego koloru.

Indeks chromatyczny - minimalna liczba kolorów

potrzebna do pomalowania wszystkich krawędzi w taki sposób, aby żadne dwa sąsiednie krawędzie nie miały tego samego koloru.

χ - liczba chromatyczna

χ' - indeks chromatyczny

Δ - maksymalny stopień

δ - minimalny stopień

χ'(G) ≥ Δ(G)

dla grafów planarnych χ(G) <=4

dla drzew o co najmniej dwóch wierzchołkach χ(G) = 2

**Sposób na sprawdzenie czy graf jest graficzny**

8 7 5 4 4 4 3 1 1 1 1 1 1

- 6 4 3 3 3 2 0 0 1 1 1 1

6 4 3 3 3 2 1 1 1 1

- 3 2 2 2 1 0 1 1 1

...

6 6 5 4 4 2 1

- 5 4 3 3 1 0

5 4 3 3 1

Nie możemy kontynuować, więc ciąg (6 6 5 4 4 2 1) nie jest graficzny.

**Jeśli G jest lasem, to**

v(G)=e(G)+ω(G)

Jeśli G jest drzewem, to

v(G)=e(G)+1

Jeśli G jest spójny, to

v(G)≤e(G)+1

Zależność między stopniem wierzchołków a liczbą krawędzi

2e(G)=2\*stopien wierzcholkow

**Graf jest planarny** - można go narysować na płaszczyźnie w taki sposób aby krawędzie się nie przecinały.

Ścianą grafu planarnego nazywamy obszar oddzielony krawędziami

f - liczba ścian

W grafie planarnym

v+f=e+ω+1

W spójnym grafie planarnym (wzór Eulera)

v+f=e+2

Jeśli w grafie nie ma cyklu krótszego niż c i graf ma co najmniej c/2 krawędzi, to

2e≥cf

Jeśli graf jest prosty, to nie ma cykli krótszych niż 3, czyli

2e≥3f

**Twierdzenie Kuratowskiego**

Skończony [graf](https://pl.wikipedia.org/wiki/Graf_(matematyka)) jest [planarny](https://pl.wikipedia.org/wiki/Graf_planarny) (spłaszczalny), jeśli nie zawiera [podgrafu](https://pl.wikipedia.org/wiki/Podgraf), który jest grafem rozszerzonym grafu {\displaystyle K\_{5}}K\_5 ([graf pełny](https://pl.wikipedia.org/wiki/Graf_pe%C5%82ny) o pięciu wierzchołkach) lub {\displaystyle K\_{3,3}}K\_3\_3 ([graf pełny dwudzielny](https://pl.wikipedia.org/wiki/Graf_dwudzielny) o sześciu wierzchołkach, z których trzy są połączone z każdym z pozostałych trzech)[[2]](https://pl.wikipedia.org/wiki/Twierdzenie_Kuratowskiego#cite_note-2).

K\_{n,m} - graf pełny dwudzielny

K\_n - graf pełny

**(spójność) Jeśli graf ma n wierzchołków** oraz

deg(u)+deg(v)≥n-1,

to u,v należą do jednej składowej spójności.

Dowód: między u i v jest krawędź lub mają co najmniej jednego wspólnego sąsiada.

Czy graf o danym ciągu stopni jest spójny (musi być spójny)?

a) (6,4,4,4,4,2,2,2)

b) (4,4,4,4,4,2,2,2)

a)

n=8

6+2=8≥8-1

6+4=10≥8-1

Wierzchołek o stopniu 6 jest w jednej składowej spójności z wierzchołkami o stopniu 2 i o stopniu 4. Zatem graf jest spójny.

b) 4+2<8-1

4+4≥8-1, więc wszystkie wierzchołki stopnia 4 są w jednej składowej spójności

K\_5 + K\_3 nie jest spójny

**Fakt: każde drzewo** jest planarne. Ponadto jeśli graf jest spójny oraz e-v≤2, to graf jest planarny.

Dowód. W grafie K\_3,3 jest 9 krawędzi i 6 wierzchołków, w grafie K\_5 jest 10 krawędzi i 5 wierzchołków. Podział krawędzi dodaje tyle samo wierzchołków co krawędzi. Jeśli dodamy do grafu k wierzchołków, to aby zachować spójność, trzeba dodać co najmniej k krawędzi.

**Graf regularny** stopnia {\displaystyle n}n to graf, w którym wszystkie wierzchołki są [stopnia](https://pl.wikipedia.org/wiki/Stopie%C5%84_wierzcho%C5%82ka) {\displaystyle n,}n czyli z każdego wierzchołka grafu regularnego wychodzi {\displaystyle n}n krawędzi. Graf regularny stopnia {\displaystyle n}n  określa się dla wygody mianem grafu {\displaystyle n}n -regularnego. Szczególnym przypadkiem grafów regularnych są [grafy kubiczne](https://pl.wikipedia.org/wiki/Graf_kubiczny) (grafy {\displaystyle 3}3-regularne)[[1]](https://pl.wikipedia.org/wiki/Graf_regularny#cite_note-1).

**Euler**

Cykl eulera – cykl w grafie, który przechodzi przez wszystkie krawędzie dokładnie raz

Warunkiem koniecznym i wystarczającym na to by spójny [graf nieskierowany](https://pl.wikipedia.org/wiki/Graf_nieskierowany) był eulerowski jest parzystość stopni wszystkich wierzchołków

Sciezka eulera (graf poleulerowski) – sciezka w grafie, którą przechodzi przez wszystkie krawędzie dokładnie raz

Aby spójny [graf nieskierowany](https://pl.wikipedia.org/wiki/Graf_nieskierowany) był półeulerowski może posiadać maksymalnie 2 wierzchołki nieparzystego [stopnia](https://pl.wikipedia.org/wiki/Stopie%C5%84_wierzcho%C5%82ka).

**Hamilton**

Cykl Hamiltona – cykl w grafie, w którym każdy wierzchołek jest odwiedzany dokładnie raz(oprócz pierwszego)

Sciezka Hamiltona – sciezka w grafie, w którym każdy wierzchołek jest odwiedzany dokładnie raz

**Dopełnienie grafu**

Jeżeli graf jest zbudowany na n wierzchołkach i posiada k liczbę krawędzi to liczba krawędzi w dopełnieniu grafu jest równa (n po 2) - k